

REPRODUCTION INTERDITE

DEPOT LEGAL

N 173

Time

Pièce
8° V

20183

LA

RÈGLE A CALCUL "SANGUET"

INSTRUCTION PRATIQUE

à l'usage

DU GÉOMÈTRE

PAR

J.-L. SANGUET

Ingénieur-Topographe
Inventeur et Constructeur du Tachéomètre
auto-réducteur Sanguet

31, RUE MONGE, PARIS

Ph. JARRE

Ingénieur-Topographe
Ancien Élève
de l'École Polytechnique

31, RUE MONGE, PARIS

SAINT-VIT

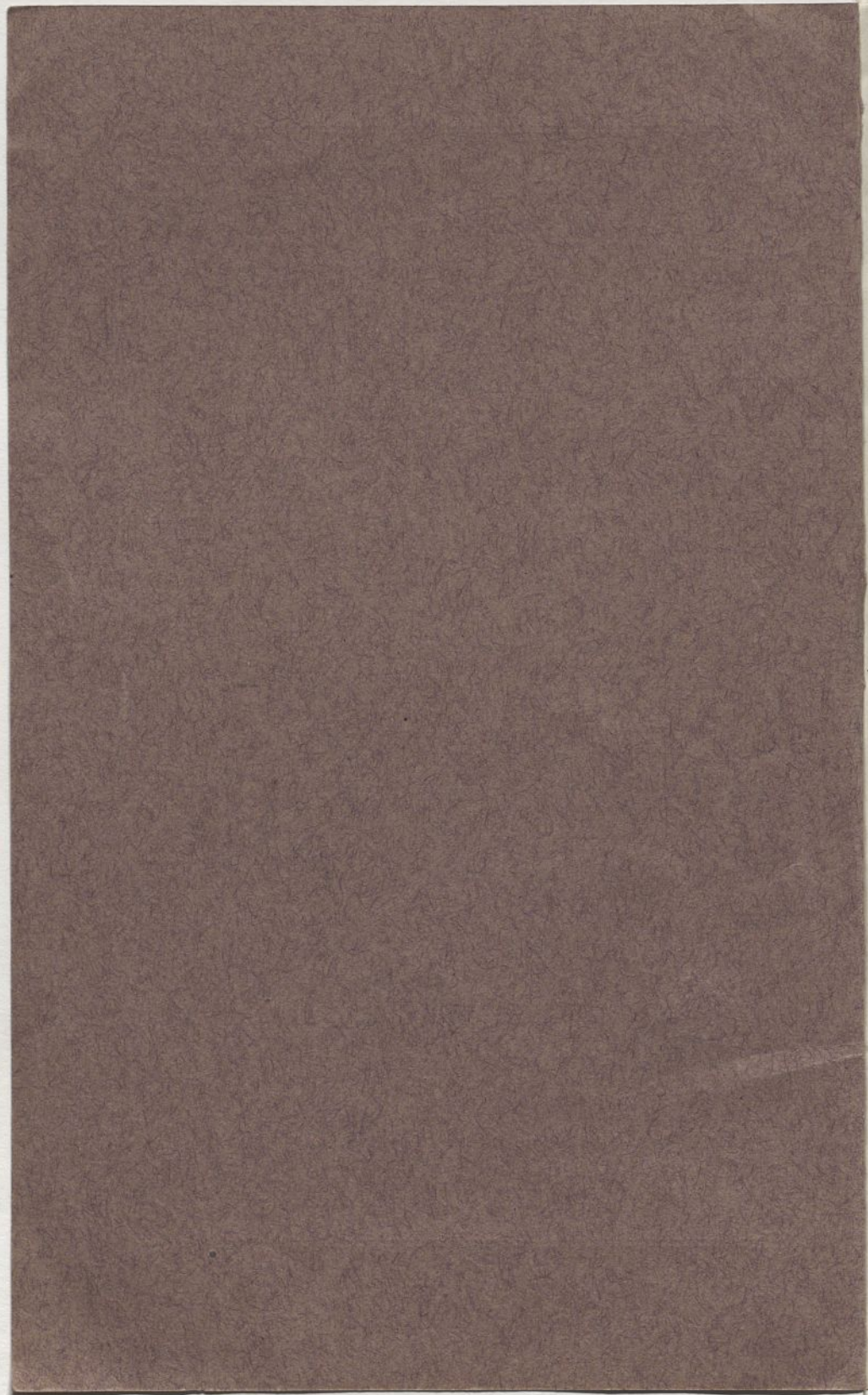
IMPRIMERIE P. TRANCHART FILS

1920

Pièce
8° V

20183







PRÉFACE

En publiant cette notice notre but n'était pas de faire un traité complet envisageant tous les calculs qui peuvent se présenter au Géomètre mais de lui montrer sur des opérations, simples ou courantes, combien le maniement de la Règle à calcul était chose facile avec un peu de réflexion.

Nous aidant de notre pratique journalière de cet appareil et des remarques faites auprès des débutants, nous avons pensé que le meilleur moyen de faire comprendre son maniement était de présenter la Règle à calcul comme matérialisant toutes les proportions et, par suite, de montrer comment elle résoud mécaniquement et automatiquement tous les problèmes se ramenant à une proportion ou à une succession de proportions.

Le débutant posera sans doute, pour commencer, ces proportions sur le papier et perdra ainsi un des avantages inhérents à la Règle qui est de ne pas avoir à transcrire de nombre. Mais bien vite il s'habituerà à former ces proportions dans sa pensée et la Règle à calcul les lui résoudra mécaniquement avec sûreté et rapidité.

ERRATA

Page 2 : Placer les divisions et chiffres du cliché sur la languette.

Page 3, au bas de la page :

Au lieu de :

Si a et b d'une part, c et d d'autre part....

Écrire :

Si a et c d'une part, b et d d'autre part....

Page 4, au bas de la page :

Ajouter après : $\frac{p}{m} = \frac{q}{n}$

ou $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$. Ainsi en face des numérateurs m et p , nous lisons les dénominateurs n et q de la proportion précédente.

Page 6, après : Et comme x est évidemment, etc., lire :

$$x = 36.700$$

Page 7, 4^e ligne :

Au lieu de : $\frac{788}{2,4} = \frac{x}{1}$

Écrire : $\frac{788}{24} = \frac{x}{1}$

7^e ligne :

Au lieu de : la division de la règle chiffrée 7....

Écrire : la division de la règle chiffrée 70....

Page 9, au bas de la page :

Au lieu de : I. $\frac{788}{2,4}$

Écrire : I. $\frac{788}{24}$

Page 10, 7^e ligne :

Au lieu de : sinus 6,37 ou s

Écrire : sin 6,38 ou s

NOTICE

SUR

L'USAGE DE LA RÈGLE À CALCUL

Par LE GÉOMÈTRE

La règle à calcul, imaginée par le savant anglais Gunter, en 1624, dix ans après la belle découverte des logarithmes par Neper, fut introduite en France en 1627 par Wingate, après un perfectionnement de son invention. Trente ans après, la règle à calcul était à peu près constituée comme elle l'est encore de nos jours, à l'exception du curseur, d'invention plus récente.

La règle à calcul est l'auxiliaire indispensable du géomètre à qui elle permet de résoudre presque tous les problèmes intéressant son art avec une approximation moyenne de $1/600$ en se servant des échelles inférieures et de $1/300$ avec les échelles supérieures, ceci avec la règle ordinaire de 26 centimètres. La précision serait doublée avec une règle de 50 centimètres, quadruplée avec une règle d'un mètre. Mais en augmentant les dimensions de la règle, on risque de la rendre encombrante. C'est pourquoi on a imaginé le cercle à calcul qui, à largeur égale, donne trois fois plus de précision ; d'ailleurs sa construction entraîne certaines difficultés de fabrication.

Description. — Nous décrirons, dans ce qui va suivre, plus spécialement la règle à calcul SANGUET établie plus particulièrement pour les géomètres et topographes, à charge pour nos lecteurs de faire les corrections nécessaires pour adapter cette notice à leur règle habituelle et qui ne doit différer de celle décrite que par quelques modifications de détail.

Une règle à calcul comprend :

1^o une règle, sorte de bâti de la règle proprement dite et portant :

- a) une division supérieure logarithmique, chiffrée de 1 à 100 ;
- b) une division inférieure logarithmique moitié de la précédente ;
- c) une échelle centimétrique sur biseau ;
- d) une division sur champ en parties égales,
- e) une division intérieure permettant de mesurer les longueurs jusqu'à 50 centimètres de bout en bout de la règle.

2° une languette glissant à frottement doux à l'intérieur de la règle et portant :

au recto : deux divisions supérieures et inférieures analogues à celles correspondantes de la règle ;

au verso : une division en sinus et une division en tangentes.

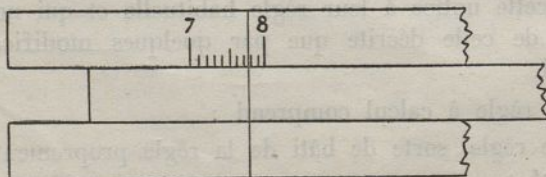
3° un curseur portant une ligne de foi tracée sur verre et, de champ, un index glissant en regard des divisions de champ de la règle.

Lecture des divisions de la règle. — Pour arriver à la rapidité et à la sûreté des lectures sur la règle, avant de procéder au calcul, nous ne saurions trop recommander aux débutants l'exercice suivant.

Laissant fixe le curseur sur la règle, faire glisser la languette et l'arrêter dans une position quelconque.

Lire en regard de la ligne de foi du curseur la division de la languette sur l'échelle supérieure d'abord puis sur l'échelle inférieure, et décomposer au début l'opération de la façon suivante :

1° lire les divisions chiffrées 7 et 8 de la languette encastrant la ligne de foi de façon à déterminer le premier chiffre de la lecture, 7.



2° chiffrer par la pensée les divisions de la languette entre 7 et 8 en procédant du simple au composé, c'est-à-dire en chiffrant d'abord les grands traits, puis les moyens et enfin les petits, et par continuité en déduire la lecture à faire. Ainsi lire 75 au grand trait entre 7 et 8, puis partant de 75, lire 76 au trait suivant, puis 77, 78, 79, 80 pour vérifier que l'on n'a pas commis d'erreur dans cette chiffration par la pensée. Par interpolation, estimer 77,6.

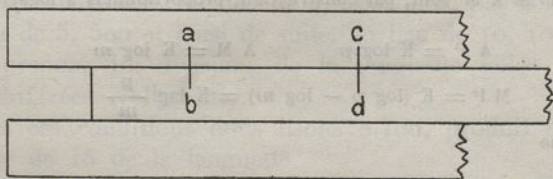
Ces opérations devront être faites également en se servant de l'échelle des sinus, puis de l'échelle des tangentes.

Principe fondamental de l'usage de la règle à calcul. — Les règles qui sont données dans la plupart des manuels ou notices sur l'usage de la règle à calcul, s'adressent trop en général à la mémoire du calculateur ou le forcent à une réflexion trop grande dans les débuts pour pratiquer telle ou telle opération.

Nous nous sommes toujours bien trouvé d'appuyer tous les calculs faits à l'aide de la règle, sur la remarque fondamentale suivante :

une règle à calcul matérialise toujours une proportion,

car on a toujours :



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

si a et b d'une part, c et d d'autre part sont les divisions respectives de la règle et de la languette en coïncidence comme l'indique le schéma.

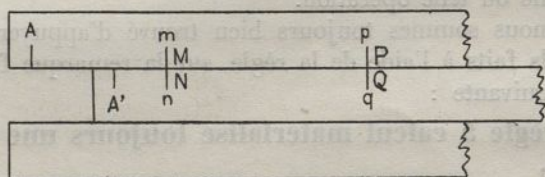
Dès lors, si l'un des nombres a , b , c , d , était inconnu, on le trouverait immédiatement connaissant les trois autres.

Ainsi, si l'inconnu était c , il suffirait d'amener la division b de la languette en face de la division a de la règle et de lire, en face de la division d de la languette, le nombre c sur la règle.

Dans tous les calculs qui suivront, nous ramènerons toutes les opérations à une proportion et désignant par x l'inconnu à déterminer, nous disposerons nos calculs de façon que x soit toujours au numérateur, si l'on opère avec les échelles supérieures.

Cette propriété se démontre de la façon suivante. Soit M et P deux divisions quelconques de la règle, m et p les nombres qui les désignent; N et Q les divisions de la languette situées en regard des précédentes et portant les nombres n et q . Soient enfin, A et A' les divisions de départ sur la règle et la languette (divisions désignées par le nombre 1). On a

$$M P = A P - A M$$



Mais $A P$ et $A M$ sont, par construction, proportionnels à logarithme p et $\log. m$

$$A P = K \log p \quad A M = K \log m$$

$$\text{Donc} \quad M P = K (\log p - \log m) = K \log \frac{p}{m}$$

De même

$$N Q = A' Q - A' N = K \log q - K \log n = K (\log q - \log n) = K \log \frac{q}{n}$$

Ecrivons que

$$M P = N Q$$

$$K \log \frac{p}{m} = K \log \frac{q}{n}$$

$$\text{ou} \quad \log \frac{p}{m} = \log \frac{q}{n}$$

$$\text{et par suite} \quad \frac{p}{m} = \frac{q}{n}$$

Ainsi, en face de p nous lisons le terme m de la proportion précédente.

Opérations simples sur les nombres

Multiplication. — 1^{er} exemple : Soit à trouver le produit de 452×18 .

Ecrivons :

$$452 \times 18 = x$$

Ramenons l'opération à une proportion en écrivant :

$$\frac{452}{1} = \frac{x}{18}$$

Matérialisons l'opération sur la règle, comme l'indique le schéma ci-dessous :

452	x
1	18

Nous lisons donc : $x = 8,1$.

8,1 est donc le produit cherché à la virgule près.

Pour trouver le nombre de chiffres du produit, nous nous garderons bien d'avoir recours à une règle mnémotechnique.

Nous attribuerons par la pensée une chiffraison fictive à la règle, en lisant, au lieu de 4, 400, puis, par continuité, au lieu de 5, 500 et ainsi de suite, au lieu de 10, 1000, etc. Nous prenons les divisions de la languette telles qu'elles sont chiffrées réellement.

Dans ces conditions nous lisons 8.100, produit cherché, en face de 18 de la languette.

Une vérification rapide nous fera dire : le produit est compris entre 10 fois $452 = 4.520$ et 100 fois $452 = 45.200$, ce qui vérifie le nombre de chiffres de notre produit 8.100, compris entre 4520 et 45200.

2^{me} exemple. — Soit à trouver le produit 852×24

Ecrivons en ramenant à une proportion :

$$\frac{852}{1} = \frac{x}{24}$$

Matérialisons l'opération sur la règle :

$$\begin{array}{r|l} 852 & x' \\ \hline 1 & 2.4 \end{array}$$

Le produit est à la virgule près, 2,04.

Chiffrons par la pensée 800 la division 8 de la règle, nous lirons en face de 2,4 de la languette 2.040, donc

$$x' = 2040$$

Par conséquent, x qui est 10 fois plus grand

$$x = 20400$$

On vérifiera le nombre de chiffres du produit en disant que x est compris entre 10 et 100 fois 852, c'est-à-dire entre 8520 et 85200.

3^{me} exemple. — Soit à trouver le produit :

$$569 \times 64.5 = x$$

Ramenons à une proportion :

$$\frac{569}{1} = \frac{x}{64.5}$$

Matérialisons la proportion sur la règle :

$$\begin{array}{r|l} 569 & x' \\ \hline 1 & 6.45 \end{array}$$

Enfin, chiffrons par la pensée la division 5 de la règle 0,5 et par continuité celle côté 10, 1,0, etc...

On a ainsi :

$$x' = 3670$$

Et comme x est évidemment 10 fois plus grand que x'
La vérification du nombre de chiffres du produit $x = 36700$ se fera comme aux exemples 1 et 2.

Division. — 1^{er} exemple : Soit à trouver le quotient de 788 : 24.

Ecrivons pour ramener à une proportion

$$\frac{788}{2,4} = \frac{x}{1}$$

• Matérialisons la proportion sur la règle

x	788	
1	2.4	

Chiffrons par la pensée 700 la division de la règle chiffrée 7 et adoptons pour vrais les chiffres de la languette ; nous trouvons ainsi le quotient x

$$x = 32,9$$

Nous vérifierons la position de la virgule en disant que x est compris entre le 1/10 et le 1/100 de 788, c'est-à-dire entre 7.88 et 78.8.

2^{me} exemple. — Soit à trouver le quotient de 0,128 : 27.

Ecrivons en ramenant à une proportion

$$\frac{0,128}{27} = \frac{x}{1}$$

Matérialisons l'opération sur la règle

x'	0.128	
1	2.7	

Chiffrons par la pensée la première division chiffrée 1 de la règle 0,10. Nous trouvons ainsi le quotient x'

$$x' = 0,0474$$

Et comme x est évidemment 10 fois plus petit que x'

$$x = 0,00474$$

Nous vérifierons la position de la virgule en disant que x

est compris entre le $\frac{1}{10}$ et le $\frac{1}{100}$ de 0.128, c'est-à-dire entre 0.0128 et 0.00128.

3^{me} exemple. — Soit à trouver le quotient de 147 : 0,053

Ramenant à une proportion nous écrivons :

$$\frac{147}{0.053} = \frac{x}{1}$$

Matérialisons la proportion sur la règle :

$$\begin{array}{r|l} | x' & | 147 \\ \hline | 1 & | 5.3 \end{array}$$

Chiffrons par la pensée la division 1 de la règle 100 et ainsi de suite, nous trouvons le quotient x'

$$x' = 27.8$$

Et comme x est évidemment 100 fois plus grand que x'

$$x = 2780$$

Nous vérifions le nombre de chiffres du quotient en disant que x est compris entre

$$\frac{147}{0.1} = 1470 \text{ et } \frac{147}{0.01} = 14700$$

Remarque importante. Les opérations dont nous venons d'expliquer le fonctionnement ont été faites toujours avec les divisions supérieures de la règle de la languette. Il est facile de voir que l'opération est analogue si l'on se servait des échelles inférieures qui donnent une précision double. Prenons, à cet effet, un exemple.

Soit à trouver le produit de $852 \times 24 = x$.

Ecrivons :

$$\frac{852}{1} = \frac{x}{24}$$

Matérialisons l'opération sur la règle

$$\begin{array}{r|l} 852 \\ \hline 1 & 2.4 \end{array}$$

Nous voyons immédiatement que la division 2,4 de la règle tombe en dehors et à droite de la languette, mais nous vaincrons la difficulté qui se présente en matérialisant la proportion

$$\frac{x'}{0.24} = \frac{852}{1} \quad \begin{array}{r|l} x' & 852 \\ \hline 0.24 & 1 \end{array}$$

$$x' = 204 \quad \text{donc} \quad x = 20400$$

c'est-à-dire que :

1° Nous nous servirons tantôt du trait 1 de gauche, tantôt du trait 1 de la règle au mieux de nos opérations.

2° *Par continuité* nous chiffrerons par la pensée et par continuité, les divisions de la règle soit telles qu'elles le sont si nous nous servons du trait 1 de gauche de la règle, soit 0.1, 0.2... 1.0 si nous nous servons du trait de droite.

Division. — Les mêmes règles s'appliquent et 2 exemples le feront bien comprendre.

$$\text{I. } \frac{788}{2.4}$$

$$\frac{788}{2.4} = \frac{x}{1} \quad \begin{array}{r|l} x' & 788 \\ \hline 1 & 2.4 \end{array} \quad x' = 329 \quad x = \frac{x'}{10} = 32.9$$

$$\text{II. } \frac{0.128}{27}$$

$$\frac{0.128}{27} = \frac{x}{1} \quad \begin{array}{r|l} x' & 0.128 \\ \hline 0.27 & 1 \end{array} \quad x' = 0.474 \quad x = \frac{x'}{100} = 0.00474$$

Opérations simples avec les lignes trigonométriques

Echelle des sinus. Amenons l'échelle des sinus (marquée S) de la languette en regard des divisions inférieures de la règle et faisons d'abord la remarque suivante : La division cotée 100 de l'échelle des sinus étant en regard de la division 1 de la règle, sinus 6,37 ou s est en regard de la division 1 de gauche de la règle ; en effet

$$\sin 100^{\circ} = 1.0$$

$$\sin 6^{\circ}38' = 0,1$$

Nous voyons ainsi que sont indiqués les sinus de 6,10 jusqu'à 100 d'une part, puis par des chiffres placés au-dessus des premiers lus, les sinus de 100 à 193,80. Nous ne pourrons donc faire les opérations où figurent des sinus que si les angles sont compris entre 6,10 et 193°80.

Nous remarquons d'ailleurs que en valeur absolue :

$$\sin (200 + a) = \sin a$$

donc si l'angle donné est supérieur à 200 grades, nous lui retrancherons d'abord 200 g. Nous pourrons donc faire les opérations où entrent les sinus des angles compris entre 0 et 400, hormis entre 0 et 6,10, 93,90 et 106,10, 293,9 et 306,1, 393,9 et 400.

Nous remarquerons d'autre part que en valeur absolue

$$\cos a = \sin (a \pm 100)$$

Il est par conséquent aussi facile de faire les opérations par les cosinus que par les sinus en ajoutant ou en retranchant à l'angle donné 100 g. selon qu'il est inférieur ou supérieur à 100 g.

Multiplication. — Soit à trouver le produit :

$$245 \times \sin 22^{\circ}30' = x$$

Ramenant à une proportion nous écrivons

$$\frac{\sin 22^{\circ}30'}{x} = \frac{0.1 \text{ ou } \sin 6^{\circ}37'(s)}{245}$$

Matérialisant l'opération sur la règle

s	sin 22°30
2.45	8.4

Nous trouvons donc 8,4

Et comme le produit est compris entre le multiplicande et le dixième du multiplicande

$$x \approx 84$$

Division. — Soit à trouver le quotient de 252 par sin 165 g. 3.

Ramenant à une proportion

$$\frac{\sin 165^{\circ}3'}{252} = \frac{1}{x}$$

Matérialisant l'opération sur la règle

sin 165°3	1 ou sin 100°	$x = 4.86$
2.52	x	

Comme d'autre part le produit est compris entre le dividende et dix fois ce dividende, nous avons donc

$$x = 486$$

Remarque. — Les opérations avec les cosinus se ramènent à une des opérations précédentes, en vertu de la remarque que nous avons faite plus haut ; ainsi

Soit à trouver le produit :

$$186.5 \times \cos 276.20 = 186.5 \sin 176.2$$

Nous écrivons :

$$\frac{\sin 176.2}{x} = \frac{1}{186.5}$$

Matérialisant l'opération sur la règle

s	sin 176.2
1.865	6.82

Nous trouvons ainsi le produit

$$x = 68.2$$

Échelle des tangentes. — Amenons la division des tangentes de la languette en regard des divisions inférieures de la règle ; nous remarquons **que** si nous amenons tangente 50 en regard de la division 1 de droite de la règle, nous lisons, en face de la division 1 de gauche de la règle, tg 6.35 car $\text{tg } 6.35 = 0.1$.

1^{er} Cas. — L'angle est compris entre 6 g. 35 et 50 g.

Multiplication. — Soit à trouver le produit :

$$45.2 \times \text{tg } 32 \text{ g. } 65 = x.$$

Ecrivons pour ramener à une proportion

$$\frac{\text{tg } 32.65}{x} = \frac{1}{45.2}$$

Matérialisons l'opération sur la règle

tg 32.65	1 ou tg 50g
2.54	4.52

Le produit est donc 25.4

puisque le produit est compris entre 4.52 et 45.2.

Division. — 1^o Soit à trouver le quotient

$$\frac{528}{\text{tg } 16.68} = x$$

Ecrivons pour ramener à une proportion

$$\frac{\lg 16.68}{528} = \frac{1}{x}$$

Matérialisons l'opération sur la règle

T	tg 16.68
1.97	5.28

Et comme le quotient est compris entre 528 et 5280 $x = 1970$.

2^e Cas. — L'angle est supérieur à 50 g. et inférieur à 93 g. 90.

Multiplication. — Soit à trouver le produit :

$$36.4 \times \lg 75 \text{ g. } 45 = x.$$

Nous voyons immédiatement que sur la règle nous ne pouvons dépasser la tangente 50, mais alors nous écrirons

$$\frac{36.4}{\cot 75.45} = x$$

ou en prenant les inverses et ramenant à une proportion

$$\frac{\cot 75.45}{36.4} = \frac{1}{x}$$

Remarquant d'autre part que les divisions des cotangentes sont chiffrées sur la languette au-dessus de celles des tangentes, nous matérialisons la proportion

75.45	cot 50 ou 1
3.64	$x' = 8.96$

et comme le produit est compris entre 36,4 et 364

$$x = 89,6$$

Division. — Soit à trouver le quotient

$$\frac{254}{\lg 66.48} = x$$

Ramenant au calcul avec une cotangente on érit :

$$254 \times \cotg 66.48 = x.$$

$$\frac{\cot 66.48}{x} = \frac{1}{254} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \cot 66.48 & \cot 50 \\ \hline & 1.477 & 254 \\ \hline \end{array} \quad x = 1477$$

Remarque. Le calcul des sinus ou de la tangente d'un angle n'est qu'un cas particulier de la multiplication.

En effet, soit à trouver le sinus et la tangente d'un angle donné 23 g. 35.

Ecrivons

$$\sin 23^{\circ}35' = x \qquad \lg 23^{\circ}35' = y$$

et ramenons à une proportion

$$\frac{\sin 23^{\circ}35'}{x} = \frac{1}{1} \qquad \frac{\lg 23^{\circ}35'}{y} = \frac{1}{1}$$

Matérialisons l'opération sur la règle

S	23°35	100	T	23°35	50
1	x = 0.359	1	1	y = 0.384	1

Comme d'ailleurs le calcul d'un cosinus se ramène à celui d'un sinus, celui d'une tangente d'un angle supérieur à 50 g. au calcul de l'inverse de sa cotangente, nous avons le moyen, avec la règle, de calculer les sinus, cosinus et tangentes des angles compris entre 6 g. et 193 g.

Cas des angles inférieurs à 6 grades.

On sait que l'on peut admettre dans ce cas que les sinus

et les tangentes sont proportionnels aux angles. On sait, d'autre part, que

$$\sin 6^{\circ}38' = 0.1$$

division marquée S sur l'échelle supérieure des nombres de la languette.

$$\operatorname{tg} 6^{\circ}35' = 0.1$$

division marquée T sur l'échelle supérieure des nombres de la règle.

En sorte que si a est un angle inférieur à 6 grades on a :

$$\frac{\sin a}{\sin 6^{\circ}38'} = \frac{\sin a}{0.1} = \frac{a}{6^{\circ}38' (S)} \quad \text{ou au signe près } \sin a = \frac{a}{6^{\circ}38'}$$

$$\frac{\operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} 6^{\circ}35'} = \frac{\operatorname{tg} a}{1} = \frac{a}{6^{\circ}35' (T)} \quad \text{ou au signe près } \operatorname{tg} a = \frac{a}{6^{\circ}35'}$$

Dès lors, soit à calculer

$$x = 254 \sin 2^{\circ}45' \qquad y = 348 \operatorname{tg} 1^{\circ}54'$$

que l'on peut écrire pour de petits angles

$$x = 254 \frac{2^{\circ}45'}{6.38 (S)} \qquad y = 348 \frac{1.54}{6.35 (T)}$$

et ramenant à une proportion de façon qu'au numérateur figure T qui est sur la règle et au dénominateur S qui est sur la languette.

$$\frac{2.45}{6.38 (S)} = \frac{x}{254} \quad \text{et} \quad \frac{6.35 (T)}{1.54} = \frac{348}{y}$$

Donc en matérialisant l'opération sur la règle

2.45	98	6.35 (T)	348
6.38 (S)	25.4	1.54	84.3

nous lisons immédiatement le résultat cherché à la virgule près.

Nous trouvons d'ailleurs sur les formules collées au verso de la règle que

$$\sin 0.06 = 0.001 = \operatorname{tg} 0.06$$

$$\sin 0.64 = 0.01 = \operatorname{tg} 0.64$$

$$\sin 6 \text{ g. } 38 = 0.1 = \operatorname{tg} 6.35$$

Dans le cas d'une division, l'opération se fera par les mêmes procédés et nous indiquons ci-dessous les opérations à poser et à résoudre au moyen de la règle

$$\frac{824}{\sin 0.78} = x \quad \frac{758}{\operatorname{tg} 0.05} = y$$

$$\text{ou } \frac{824}{x} = \frac{0.78}{6.38 \text{ (s)}} \quad \frac{6.35}{0.05} = \frac{y}{758}$$

proportion que l'on peut matérialiser avec la règle

7.8	8.24	6.35 (T)	9.62
6.38 (s)	6.73	5	758

Or x est compris entre

$$\frac{824}{0.01} = 82.400 \text{ et } \frac{824}{0.1} = 8.240$$

donc $x = 6.7300$

y est compris entre

$$\frac{758}{0.001} = 758000 \text{ et } \frac{758}{0.0001} = 7580000$$

donc $y = 962.000$.

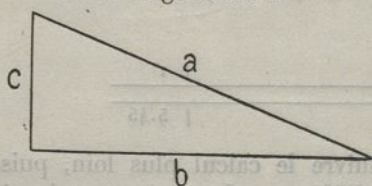
Remarque. — On peut remarquer que dans le cas des petits angles on amène toujours le signe S ou T en regard de l'angle donné et qu'on lit le résultat : 1° dans la multiplication sur la division qui ne contient pas l'indicateur S ou T employé ; 2° dans le cas de la division au contraire, sur la division où l'on trouve l'indicateur S ou T.

Remarque sur des artifices de calcul

D'ores et déjà, en dehors des calculs de surface d'un triangle connaissant sa base et sa hauteur, d'un rectangle dont on connaît deux côtés, etc... qui se traduisent par la multiplication de deux nombres, les notions que nous venons de donner nous permettront de résoudre quelques problèmes très rapidement.

PROBLÈME

Voici un exemple assez curieux d'utilisation de la règle à calcul, dans le cas où l'on veut déterminer le côté inconnu d'un triangle rectangle dont on connaît l'hypothénuse et un côté de l'angle droit :



Données :

$$a = 96 \text{ m. } 17$$

$$c = 31 \text{ m. } 88$$

Nous avons :

$$b^2 = a^2 - c^2$$

En faisant apparaître la différence $(a-b)$ que nous nous proposons de calculer, écrivons :

$$a^2 - b^2 = c^2$$

$$(a - b)(a + b) = c^2$$

$$(a - b) = \frac{c^2}{(a + b)}$$

Nous allons déterminer $(a-b)$ par la méthode des approximations successives.

1^{re} valeur approchée de $(a-b)$:

$$(a - b) = \frac{c^2}{2a} = \frac{1016}{192,34} = 5,27$$

1016 a été déterminé avec la division inférieure de la règle et de la languette, en multipliant 31,88 par lui-même :

$$\begin{array}{r} | \quad 192,34 \quad | \quad 1 \\ \hline | \quad 1016 \quad | \quad x = 5,27 \end{array}$$



2^{me} valeur approchée de $(a-b)$:

$$(a-b) = \frac{1016}{192,34 - 5,27} = \frac{1016}{187,07} = 5,43$$

Répétant l'opération de la règle, facilitée si nous avons amené le curseur en face de la division 1016 de la règle, nous lisons :

$$\begin{array}{r|l} 187.07 & 1 \\ \hline 1016 & x = 5.43 \end{array}$$

3^{me} valeur approchée de $(a-b)$:

$$a-b = \frac{c^2}{a+b} = \frac{1016}{192,34 - 5,43} = \frac{1016}{186,91}$$

La règle nous donne :

$$\begin{array}{r|l} 186.91 & 1 \\ \hline 101.6 & 5.45 \end{array}$$

Il est inutile de poursuivre le calcul plus loin, puisque nous ne trouvons qu'une différence de 2 c/m avec le résultat trouvé pour la deuxième valeur approchée de $(a-b)$.

L'écart est de l'ordre de grandeur de l'erreur moyenne des calculs à la règle (1/600)

Donc :

$$b = 96,17 - 5,45 = 90,72$$

Le calcul complet à l'aide des tables nous donne : 90,73, mais le calcul à la règle nous a demandé 3 minutes à peine.

Remarque. — Ce calcul est très rapidement fait de cette façon, toutes les fois que le petit côté connu de l'angle droit n'est pas supérieur au 1/3 de l'hypothénuse.

Autres opérations simples

Problème 1. — Trouver le carré d'un nombre donné.

Nous pourrions multiplier ce nombre par lui-même, opération que nous savons déjà faire à la règle. Plus facilement nous remarquerons que les intervalles des divisions de l'échelle inférieure sont deux fois plus grands que ceux

correspondant sur l'échelle supérieure, et, qu'ainsi, comme il est facile de le démontrer (1), les nombres de l'échelle supérieure représentent les carrés des nombres en regard sur l'échelle inférieure.

1^{er} Cas : *Le nombre est inférieure à 10.*

Exemple : Trouver le carré de 4,45.

Amener le curseur en regard de la division 4,45 sur l'échelle inférieure et lire, sur l'échelle supérieure, en face de la ligne de foi du curseur, 19,8 qui représente le carré cherché.

A défaut de curseur on pourrait se servir comme ligne de foi des chiffres 1 de la règle à droite ou à gauche.

2^{me} Cas : *Le nombre est supérieur à 10.*

A cet effet nous remarquerons que pour les carrés des nombres de 1 à 10 l'échelle supérieure nous donne immédiatement le carré cherché en faisant les lectures d'après les nombres portés sur l'échelle supérieure. Dès lors, il suffira de prendre le carré du premier chiffre significatif et d'y ajouter à la suite deux fois plus de chiffres qu'il n'y en a après le premier chiffre significatif du nombre donné.

Décomposons l'opération sur un exemple.

(1) Soient n et N les nombres inscrits en regard des divisions A et B

$$1.A = K \log n$$

$1.B = 2 K \log N$ (car le coefficient de proportionnalité est doublé sur l'échelle inférieure)

$$\text{comme } 1.A = 1.B$$

$$\log n = 2 \log N$$

$$\text{ou } n = N^2 \quad \text{cqd}$$

1	n
A	A
B	B
N	

Exemple 2 : Soit à trouver le carré de 327.

Nous faisons d'abord le carré de 3,27, c'est-à-dire en plaçant notre virgule après le premier chiffre significatif 3. Nous trouvons 10,7.

Or, comme il y a deux chiffres à la droite de 3 dans le nombre donné, nous introduirons quatre chiffres à la suite de la partie entière du carré trouvé 10,7. C'est-à-dire que le carré cherché est

107.000

Problème inverse : Trouver la racine carrée d'un nombre donné.

L'opération est l'inverse de la précédente.

1^{er} Cas : Le nombre est compris entre 0 et 100.

Soit à trouver la racine carrée de 26,5.

Amenant la ligne de foi du curseur sur la division 26,5 de l'échelle supérieure, nous lisons 5,15 sur l'échelle inférieure en regard de la ligne de foi.

5,15 représentent donc la racine carrée de 26,5.

2^{me} Cas : Le nombre est supérieur à 100.

Dans le cas où le nombre donné dont nous extrayons la racine n'est pas chiffré sur la règle supérieure, on commencera d'abord à partager le nombre donné en tranches de deux chiffres en partant de la droite. On trouvera ainsi pour la dernière tranche à gauche 1 ou 2 chiffres. S'il n'y a qu'un chiffre, le lire dans la première partie des divisions de l'échelle supérieure. S'il y en a deux, le lire dans la seconde partie de cette même échelle. Déplacer ensuite la virgule d'autant de rangs vers la droite qu'il y a de tranches de chiffres moins une.

Exemple :

Soit à trouver la racine carrée de 6.750.000.

En décomposant ce nombre en tranches de 2 chiffres à partir de la droite, nous l'écrivons : 6.75.00.00. On doit donc prendre 6.75 dans la première partie de la règle et on lit en regard 2,6. Or il y a quatre tranches de chiffres, donc en ajoutant 3 chiffres après la virgule nous trouvons :

2.600

Problème 2. — Trouver le cube d'un nombre.

Nous remarquerons que le cube d'un nombre est égal au carré de ce nombre multiplié par lui-même. Ainsi donc si nous avons à trouver le cube de 6,25, nous trouverons d'abord, pour le carré de 6,25, 39,0. Puis, laissant le curseur en place nous amènerons, comme dans le cas de la multiplication, la division 1,10 ou 100 de la languette en face de la ligne de foi et nous trouverons 244 pour le produit par 6.25. En d'autres termes, nous avons fait deux opérations successives que nous savions faire, mais l'usage du curseur nous permet de ne pas lire le résultat intermédiaire comme l'indique le schéma ci-dessous

24.4	30	40
0.625	1	1
	6.25	

Donc $x = 244$

Problème inverse : Trouver la racine cubique d'un nombre.

Le schéma ci-dessous nous indique la façon de procéder et le calcul ne peut se faire que par tâtonnements

Soit à trouver $x = \sqrt[3]{7450}$

	74.5
1	19.5
1	
19.5	

$x = 19.5$

Problème 3. — Trouver le logarithme d'un nombre.

Amener le curseur de façon que la ligne de foi coïncide avec le nombre correspondant sur l'échelle inférieure. Lire, sur les divisions de champ, en regard de l'index du curseur, la mantisse du log. cherché.

Faire précéder ce nombre de la caractéristique.

Exemple :

Soit à trouver le logarithme de 155,60.

Amenons la ligne de foi du curseur en regard de 1,556 de l'échelle inférieure de la règle, nous lisons en face de l'index du curseur 1,92,

le logarithme de 155,6 a pour mantisse 192, pour caractéristique 2, donc le log. cherché est 2.192.

Problème inverse. — Il suffira évidemment de partir cette fois des divisions de champ de la règle et nous trouverons le résultat sur la ligne de foi du curseur.

Exemple :

Soit à trouver le nombre dont le logarithme est 2,126.

Amenons l'index du curseur en regard de la division 126 (mantisse) de l'échelle, nous lisons en face de la ligne de foi du curseur 1,338. Comme la caractéristique du logarithme est 2, le nombre recherché =

133,8

Problème 4 : *Addition de plusieurs fractions.* — Le moyen le plus rapide et le plus sûr consiste à convertir les fractions en nombres décimaux et en faire ensuite l'addition.

Soit à additionner $1/15 + 3/28 + 6/47 = X$

Les opérations suivantes faites à la règle nous donnent :

$$\frac{1}{15} = \frac{x}{1} = 0.066$$

$$\frac{3}{28} = \frac{y}{1} = 0.107$$

$$\frac{6}{47} = \frac{z}{1} = 0.128$$

et, en faisant l'addition des résultats, je trouve

$$x = 0,301$$

Multiplication et Division des Fractions. — Ce problème revient à la multiplication, à la division de plusieurs nombres, problème que nous traitons à la suite.

Opérations complexes

Problème 1. — Produit de plusieurs facteurs.

Soit à trouver le produit de :

$$3.142 \times 155.6 \times 25.7$$

L'opération se ramène à une suite de multiplications. Nous chercherons d'abord le produit de 3,142 par 155,6 et nous multiplierons le résultat trouvé par 25,7. Toutefois, l'usage du curseur nous permettra de ne pas lire les produits intermédiaires et de déterminer simplement à chaque produit partiel le nombre de chiffres du produit (voir plus haut multiplication de deux nombres) par la chiffraison fictive des divisions de la règle.

La matérialisation de ces opérations est faite ci-dessous

$$\frac{3.142}{1} = \frac{x}{156.6}$$

1°	3.142 (π)	400	x	500
	1		1.566	
			(curseur)	

Nous chiffrons par la pensée la division 4. 400.

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{257}$$

400	x	500	y
1 (curseur)			2.57

Le produit de x par 2.57 est égal à 1256.

Le résultat est donc :

12.560

Problème 2. — Rapport de deux produits de facteurs.

Nous ferons d'abord le produit des facteurs au numérateur, puis celui des facteurs au dénominateur et nous diviserons les deux nombres trouvés.

Problème 3. — Opérations dans lesquelles il entre un carré ou une racine carrée.

Exemple 1. — Soit à trouver la surface d'un cercle de 15,76 de rayon ?

Nous écrivons, en désignant par S la surface cherchée

$$\pi \times 15.76^2 = S \text{ ou } \frac{\pi}{1} = \frac{S}{15.76^2}$$

En remarquant que nous trouvons, au moyen du curseur, sur l'échelle supérieure, les carrés des nombres en regard sur l'échelle inférieure, nous matérialisons l'opération de la façon suivante :

π	$S = 7.81$
1	(curseur)
15.76	

D'où le résultat : $S = 781 \text{ m}^2$.

La position de la virgule se déduit facilement du nombre de chiffres du carré de 15.76.

Exemple 2 — Soit à trouver le rayon d'un cercle de surface équivalente à celle d'un carré de côté égal à 182,7.

Nous écrivons : $\pi R^2 = 182.7^2$

Matérialisant l'opération sur la règle, nous trouvons

$$\frac{R^2}{1} = \frac{182.7^2}{\pi}$$

S	(curseur)
1	π
R = 10.3	182.7

$$R = 103^m$$

Remarque. — Dans le cas où il entrerait dans l'opération à faire une racine carrée, le calcul se conduit de la même façon en remarquant cette fois que le curseur nous permet d'avoir les racines carrées des nombres inscrits sur l'échelle supérieure de la règle ou de la languette.

Choix d'inconnues intermédiaires

Nous avons vu plus haut que la précision des résultats obtenus avec la règle était de 1/300^e ou de 1/600^e, selon que l'on opère avec les divisions supérieures ou inférieures de la règle.

Dans la plupart des cas, cette précision est au-dessous de celle qu'exigent les calculs exacts du géomètre ou du topographe.

Il s'en suivrait que la règle à calcul, tout en permettant le contrôle rapide et sûr des fautes commises dans les calculs avec les logarithmes ou tout autre procédé, ne serait pas un auxiliaire précieux pour les calculs définitifs.

Des artifices permettent cependant d'arriver aux résultats exacts en prenant des inconnues intermédiaires, comme le prouve le problème suivant qui se pose d'une façon courante chez les géomètres ou topographes.

Problème : Soit à calculer les deux côtés de l'angle droit b et c , connaissant l'hypothénuse $a = 107.62$ et l'angle

= 4 g. 45, supposant ainsi que l'angle est compris entre 0 et 10 grades.

Le calcul du petit côté b se fait immédiatement en appliquant la formule :

$$b = a \sin \alpha$$

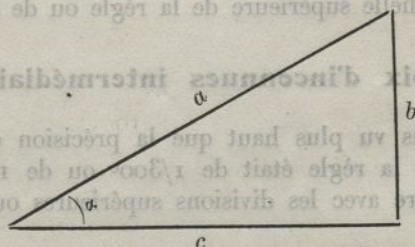
et en matérialisant l'opération avec la règle on trouve

4.45	7.46
6.38 (S)	107.62

Le calcul du côté c pourrait se faire en appliquant la formule

$$c = a \cos \alpha$$

mais nous conduirait à une longueur qui pourrait être erronée de plusieurs décimètres.



Nous tournerons la difficulté en prenant comme inconnu intermédiaire x la différence entre l'hypothénuse a et le côté c et nous écrirons :

$$x = a - c = a (1 - \cos \alpha) = a \sin \text{verse } \alpha$$

Nous faisons ensuite la remarque suivante : Entre 0 et 10 grades, le rapport des sinus verses est sensiblement proportionnel au rapport des carrés des angles. D'autre part au dos de la règle nous lisons

$$\text{Sin. verse } 2.85 = 0.001$$

Ecrivons : Soit à calculer les deux côtés b et c connaissant l'angle $\alpha = 107.62$ et l'hypothénuse $a = 107.62$

et divisons ces 2 égalités membre à membre

$$\frac{\sin \text{verse } 2.85}{\sin \text{verse } x} = \frac{a}{x}$$

à la virgule près ou

$$\frac{x^2}{2.85^2} = \frac{x}{a}$$

et matérialisant l'opération à la règle

$$\begin{array}{r} | x = 4.4 \qquad \qquad | 4.45^2 \\ \hline | a = 107.62 \qquad \qquad | 2.85^2 \\ \hline \qquad \qquad \qquad \qquad | v (2.85) \\ \hline \qquad \qquad \qquad \qquad | 4.45 \end{array}$$

Comme l'angle x est compris entre 2.85 et 9 g. or x est compris entre le 1/1000 et le 1/100 de 107.62.

Donc $x = 0.44$

et $c = 107.62 - 0.44 = 107.18$.

QUELQUES PROBLÈMES COURANTS

Problème 1. — Conversion des grades et centigrades en : degrés, minutes et secondes.

Nous remarquerons d'abord qu'il suffit de retrancher au nombre de grades et centigrades, le dixième de ce nombre pour avoir l'angle en degrés, dixièmes, centièmes et millièmes de degrés. Il suffit, en suite, de convertir cette dernière fraction décimale en fraction sexagésimale. Un exemple le fera immédiatement comprendre.

Exemple. — Soit à convertir en degrés, minutes et secondes :

77 grades 426

Retranchons à ce nombre le dixième, nous obtenons

$$77.426 - 7.7426 = 69,6834$$

Soit 69 degrés et 6834/10.000 de degré.

Le schéma ci-dessous donne

	41	60
	68.3	100

Le résultat est donc :

$$69^{\circ} 41'$$

Si le résultat avait comporté une fraction décimale de minute, on l'aurait converti en secondes par le même procédé.

Problème inverse. — Exemple : Soit à convertir en grades et centigrades

27 degrés 16 minutes

Nous commencerons par exprimer les minutes en fraction décimale et nous trouverons

	16	60
	26.6	100

Nous avons donc à convertir en grades et centigrades

27 degrés 266/1000 de degré

Si nous cherchions à obtenir d'un seul coup de règle le résultat, nous ne pourrions l'avoir qu'à un ou deux décigrades près. Aussi, nous décomposerons l'opération en cherchant d'abord le nombre de grades et centigrades correspondant à un multiple de 10 degrés et en faisant la remarque que les chiffres se reproduisent périodiquement.

Nous écrirons donc :

$$20 \text{ degrés} = 22^{\circ} 222$$

$$7^a = 7^{\circ} 777$$

$$0^d 266 = 0^{\circ} 295$$

$$30^{\circ} 294$$

car la règle nous donne avec les divisions inférieures

0.266	7 ^d	9
0.295	7.777	1

(n b périodique)

Nous ajouterons quelques mots pour montrer que la règle à calcul est, en quelque sorte, le vade mecum du Géomètre.

2. — **Échelle de proportion universelle.** — Sur un plan à l'échelle de 1/1250, la largeur d'une parcelle est représentée par 12 m/m 4 : quelle est cette largeur en mètres ?

Nous tenons le raisonnement suivant :

1 m/m vaut à l'échelle 1^m25

donc 12 m/m 4 valent X

c'est-à-dire que nous avons la proportion

$$\frac{1}{12.4} = \frac{1.25}{X}$$

proportion qui matérialisée par la règle à calcul nous donne

1	1.25
12.4	15.5

donc X = 15^m50.

3. — **Vérification des mesures du lever.** — La vérification la plus commune consiste à calculer les côtés d'un périmètre levé au moyen des perpendiculaires sur une directrice.

Deux perpendiculaires consécutives sont distantes de 17^m35 et l'une mesure 8^m70 de plus que l'autre. Quelle est la longueur de la droite qui joint leurs extrémités ?

Il s'agit, en somme, de calculer l'hypothénuse du triangle rectangle en fonction des deux autres côtés. On y parvient ordinairement au moyen d'une table des carrés des nombres ;

la règle à calcul donne aussi ces carrés, mais, comme il faudrait les écrire pour en faire la somme, nous laisserons de côté le fameux théorème de Pythagore pour appliquer le principe suivant de la trigonométrie :

$$\text{Sec. B} = \sqrt{1 + \text{tang}^2 B}$$

En effet, si nous prenons le plus grand côté de l'angle droit pour rayon, le plus petit sera la tangente de B (le plus petit des angles aigus) et l'hypothénuse cherchée sera la Sec. du même angle B. Nous aurons donc :

$$\text{Tang. B} = \frac{8,70}{17,35} = 0,50144$$

$$\text{Sec. B} = \sqrt{1 + (0,50144)^2} = 1,11866$$

$$\text{et enfin } a = \text{hyp.} = 1,11866 \times 17,35 = 19,41$$

mais la règle va nous dispenser de lire tous les nombres auxiliaires, grâce aux deux positions suivantes de la règlette.

1^{re} Position de la règlette :

1		
tg ² B = 0.251		
tg B	8.70	
1	17.35	

$$\frac{\text{tg B}}{1} = \frac{8.70}{17.35}$$

2^{me} Position de la règlette :

1			Sec. B = 1 + 0.251 = 1.251
1.251 = 1 + tg ² B			
Sec. B	a = 19.42	a ou x	Sec. B
1	c = 17.35	17.35	1

$$\frac{a \text{ ou } x}{17.35} = \frac{\text{Sec. B}}{1}$$

Le résultat est exact à 1 c/m près et 25 secondes ont suffi pour l'obtenir.

Si nous voulions calculer l'un des côtés de l'angle droit en fonction de l'autre et de l'hypothénuse, nous prendrions celle-ci pour rayon et nous poserions :

$$b = a \sin B ; c = a \cos B$$

Connaissant a et b , nous calculons facilement B et ensuite $a \cos B$ au moyen des échelles trigonométriques tracées sur le verso de la règle ; mais, puisque l'angle B ne nous est d'aucune utilité, nous allons, pour ne pas retourner la réglette, nous servir de la formule suivante :

$$c = a \sqrt{1 - \sin^2 B}$$

en faisant

$$\sin B = \frac{b}{a} = \frac{8.70}{19.41}$$

et nous résoudrons le problème en donnant à la réglette les deux positions successives ci-après :

1°

1	
$\sin^2 B = 0.201$	
$\sin B$	$b = 8.70$
1	$a = 19.41$

2°

100	
$1 - \sin^2 B = 0.799$	
$c = 17.35$	$\sqrt{1 - \sin^2 B}$
$a = 19.41$	1

$$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 B}}{1}$$

Ce calcul n'est pas plus long que le précédent.

4. — **Cubage des bois.** — On demande le volume au $\frac{1}{6}$ déduit d'un tronc d'arbre de 1^m 18 de circonférence et de 12^m 25 de longueur ?

La formule qui nous permet d'avoir le volume cherché X est la suivante :

$$X = \frac{C^2 l}{23}$$

que nous écrivons pour la ramener à une proportion

$$\frac{X}{l} = \frac{C^2}{23}$$

opération que nous matérialisons à l'aide de la règle de la façon suivante :

(casseur)	
C^2	$x = 0.744$
23	$l = 12.25$
$C = 1.18$	

qui nous donne $X = 0.744$.

NOTA. — La règle nous servira de la même façon à évaluer la hauteur d'un arbre sur pied plus facilement qu'avec un dendromètre.

5. — **Jaugeage d'un tonneau.** — Quelle est la capacité X d'un tonneau, connaissant la longueur intérieure $l = 0.84$, le diamètre moyen de fond $d = 0.53$ et le diamètre du bouge $D = 0.63$?

Posons une formule qui nous permette de calculer X —

$$X = \frac{l (d + 2 D)^2}{11.45} = \frac{0.84 \times (1.79)^2}{11.45}$$

Ramenons à une proportion :

$$\frac{X}{0.84} = \frac{(1.79)^2}{11.45}$$

et matérialisons l'opération avec la règle

	X = 235
11.45	0.84
1.79	
(curseur)	

Le résultat est donc : $X = 235$ litres.

6. — **Division des triangles.** — Partager un triangle par des parallèles à la base b de manière à ce que les surfaces obtenues soient proportionnelles aux nombres 16, 11, 15 et 8 en commençant par l'angle B ; les côtés de cet angle étant $a = 76,45$ et $c = 64,60$.

Après avoir calculé les nombres proportionnels on a :
 $46; (16 + 11) = 27; (27 + 15) = 42; (42 + 8) = 50 = S$.

En un clin d'œil la règle fait connaître les longueurs de la portée sur les deux côtés a et c à partir de B, pour obtenir les extrémités des lignes séparatives.

Sur le côté a

$$\frac{\sqrt{S}}{a} = \frac{\sqrt{50}}{76.45} = \frac{\sqrt{16}}{43.25} = \frac{\sqrt{27}}{56.20} = \frac{\sqrt{42}}{70.00}$$

et sur le côté c , au moyen du rapport

$$\frac{\sqrt{S}}{c} = \frac{\sqrt{50}}{64.60}$$

on a respectivement : 36.55, 47.50 et 59.20.

Deux coups de règle et deux minutes ont suffi pour obtenir les six distances cherchées.

7. — **Calcul trigonométrique.** — L'angle A du quadrilatère = $64^{\circ} 24' = 71^{\circ} 55'$ et son côté $c = 69^m 25$.

Quelle est la projection p de ce côté sur la base et la hauteur $h = c \sin. A = 62,45$

$$p = c \cos. A = 30.00$$

Nous arrêterons ici nos exemples qui montreront suffisamment que la règle à calcul est bien réellement, comme on l'a dit, un « *trésor inépuisable pour des calculs de toutes sortes.* »

Recommandation importante pour les calculs en série

Nous finirons par une recommandation importante pour obtenir la rapidité des calculs en série à la règle.

Il faut toujours chercher à faire succéder des opérations de même nature en combinant une proportion telle que l'on n'ait à effectuer que les déplacements les plus réduits de la règlette, en passant d'une opération à la suivante.

De plus les résultats devront toujours se lire soit tous sur la règlette, soit tous sur la règle.

Exemple. — Soit à faire les calculs des produits des rayons par les pentes dans un carnet tachéométrique Sanguet.

Nous avons dans ce cas en désignant par ρ la distance en mètres du point et φ la pente

$$\frac{100}{\rho} = \frac{\varphi}{x} \text{ ou } \frac{100}{\varphi} = \frac{\rho}{x}$$

Laquelle de ces deux proportions matérialiserons-nous sur la règle à calcul ?

Nous remarquons que, au cours d'une station, ρ peut varier d'une façon très notable en passant d'un point au suivant. Au contraire, en général, sauf pour les points rapprochés φ varie peu car d'un point à l'autre l'opérateur ne change l'inclinaison de la lunette que s'il ne peut effectuer ses lectures sur la mire placée en un nouveau point.

Donc pour éviter de forts déplacements de la règlette, nous matérialiserons la proportion

$$\frac{100}{\rho} = \frac{\rho}{x}$$

et le résultat x se lira toujours sur la règlette en regard de ρ sur la règle.

ANNEXE

POUR LE TRACÉ DES COURBES CIRCULAIRES SUR LE TERRAIN

Il peut arriver de ne pas avoir à portée de la main une table spéciale pour le tracé des courbes et la question se pose de savoir si la règle à calcul peut remplacer ces tables. On peut répondre oui, si la longueur des tangentes est connue ; la tangente est, en effet, en raison de la longueur qu'elle peut avoir, la seule ligne que la règle ne donnerait pas dans certains cas avec toute la précision nécessaire. Or, le plus souvent, il s'agit, soit de rétablir quelques piquets disparus, soit d'en intercaler de nouveaux, soit de mener une normale ou une tangente à la courbe en un point donné, etc...

Examinons ces différents cas et le rôle de la règle dans chacun d'eux.

1°. — Calculer l'ordonnée y d'un point situé sur une courbe de 300 m. de rayon, l'abscisse ou longueur de tangente comptée de l'origine de la courbe étant donné de 27 m. 50.

La formule approchée

$$y = \frac{x^2}{2R}$$

donnera un résultat suffisamment exact, tant que x n'excédera pas le 1/6 du rayon et un seul coup de règle donne :

$$y = 1^m 26$$

grâce à la disposition ci-dessous de la règle.

		(curseur)
$y = 1.26$	x^2	
1	2 R = 60	
	$x = 27.5$	

2°. — Calculer l'abscisse et l'ordonnée d'un point appartenant à une courbe de 450 m. de rayon, la longueur de l'arc A compris entre ce point et l'origine étant de 40 m.

Nous nous servirons pour notre calcul des deux formules suivantes donnant le sinus et le cosinus en fonction de la longueur a de l'arc correspondant dans la circonférence de rayon 1

$$\sin \alpha = a - \frac{a^3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{a^5}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} - \dots$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{a^2}{1 \times 2} + \frac{a^4}{1 \times 2 \times 3 \times 4} - \dots$$

Ces deux formules empruntées aux développements en séries sont faciles à retenir et peuvent rendre de grands services dans certains cas.

On voit que le sinus est égal à l'arc et le cosinus à l'unité moins une petite correction représentée par des termes alternativement positifs et négatifs. Pour notre objet, nous pouvons limiter chaque correction à son premier terme et écrire

$$\sin \alpha = a - \frac{a^3}{6}$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{a^2}{2}$$

Il nous sera facile d'exprimer l'arc dans la circonférence de rayon 1 en écrivant la formule

$$\frac{a}{1} = \frac{40}{450} = \frac{A}{R}$$

exprimant que pour un même angle au centre, les arcs sont proportionnels aux rayons des cercles.

On a d'autre part avec une approximation suffisante :

$$x = R \sin \alpha \quad y = R (1 - \cos \alpha)$$

R étant le rayon du cercle :

$$\text{ou } x = R \left(\frac{A}{R} - \frac{1}{6} \left(\frac{A}{R} \right)^3 \right) = A - \frac{A^3}{6 R^2}$$

$$\text{et } y = R \frac{1}{2} \left(\frac{A}{R} \right)^2 = \frac{A^2}{2 R}$$

REMARQUE. — En retournant le tiroir nous avons amené l'échelle supérieure de la règle en regard de l'échelle inférieure de la règle et nous avons inversé le sens croissant des divisions.

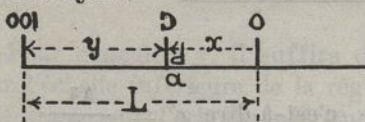
Or :

1° Si nous avons simplement amené l'échelle supérieure de la règle en regard de l'échelle inférieure de la règle sans retourner le tiroir, nous aurions matérialisé les rapports :

$$\frac{\sqrt{c}}{a} \text{ ou } \frac{c}{a^2} \text{ et } a \text{ étant les divisions respectives de la règle et de la règle}$$

comme nous l'avons vu dans les problèmes sur les carrés et racines carrés.

2° La règle ne matérialise les proportions que si les divisions croissent dans le même sens sur la règle et la règlette. Donc, une fois le tiroir retourné, il faudrait substituer à la division et chiffraison de la règle allant vers la gauche de 0 à 100 une division et chiffraison allant vers la droite de 100 à 0. Ainsi, en face de a on devrait lire d correspondant à la longueur y de la règlette.



Or, en empruntant les notations de la figure ci-contre, nous avons :

$$x + y = L \text{ ou } y = L - x$$

mais

$$L = k \log 100 \text{ et } x = k \log c$$

donc

$$y = k (\log 100 - \log c) = k \log \frac{100}{c}$$

mais d représentant le nombre correspondant à la longueur y de la règle

$$y = k \log d$$

donc

$$d = \frac{100}{c}$$

ou au signe près

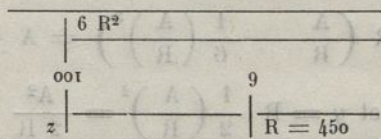
$$d = \frac{1}{c}$$

Ainsi donc, le simple retournement du tiroir a substitué dans les proportions matérialisées par la règle au nombre c lu à l'envers sur la règlette le nombre : $\frac{1}{c}$

Nous en concluons, en tenant compte de la première remarque, que la règle, dès lors, va matérialiser les rapports de la forme :

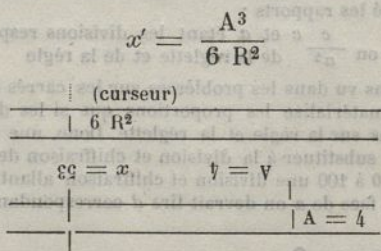
$$\frac{1}{a^2} \text{ et } \frac{1}{a \sqrt{c}} \text{ ou } \frac{1}{a^2 c} \text{ et } \frac{1}{a \sqrt{c}}$$

Nous nous servirons de la règle en retournant le tiroir (voir à ce sujet la remarque ci-dessous). La première position de la règlette nous permettra de déterminer $6 R^2$



car $\frac{1}{z} = \frac{1}{R \sqrt{6}}$ ou $z = R \sqrt{6}$

la seconde position de la règlette nous permettra de lire le terme correctif



matérialisant la proportion.

$$\frac{1}{\sqrt{6 R^2} \cdot \sqrt{x'}} = \frac{1}{A \sqrt{A}} \text{ c'est-à-dire } x' = \frac{A^3}{6 R^2}$$

Reste à connaître la position de la virgule.

Nous calculons ensuite *grosso modo* A^3 et $6 R^2$. Après avoir divisé tous les nombres par 100 afin de réduire le nombre de chiffres, nous aurons $A = 0,4$; $A^3 = 0,064$; $R = 4,5$; $0,06 R^2 = 1,215$ et enfin $\frac{0,064}{1,215} = 0,053$ ou $0,05$
donc $x = 40.00 - 0,05 = 39,95$

Pour calculer y nous procéderons comme il a été dit plus haut en plaçant le curseur au-dessus de A^2 et non au-dessous de x^2 .

$$\text{donc } y = 1,78$$

Ces deux résultats sont exacts à moins d'un demi centimètre.

3°. — Calculer les abscisses et les ordonnées des dix premiers points espacés de 10 en 10 mètres, sur une courbe de 400 mètres de rayon.

Les longueurs d'arcs cumulées depuis l'origine de la courbe, sont 10, 20, 30.... 100 mètres.

Pour connaître la position de la virgule dans les différentes valeurs de

$$\frac{A^3}{6 R^2}$$

sans faire le calcul mental indiqué plus haut, on calcule en premier lieu les valeurs approchées de x et de y pour le dernier point, au moyen des formules

$$\begin{aligned} x &= R \sin \alpha \\ y &= R \sin V \alpha \end{aligned}$$

Pour connaître α , il suffira de placer la valeur de R lu sur l'échelle inférieure de la règlette, en regard de l'amorce (a) tracée sur l'échelle inférieure de la règle à la division 63,66, et de lire α sur cette dernière échelle en regard de la valeur de A .

Règlette $A = 100$

$R = 400$

Règle $\alpha = 15,92$

a

On obtient ensuite :

$$x = R \sin \alpha = 99,0$$

$$y = R \sin V \alpha = 12,5$$

Mais ce ne sont là que des valeurs approchées, destinées

à faire connaître la position de la virgule dans les résultats fournis par les formules 7 et 8.

On forme ensuite le tableau suivant :

A	$x' = A - x$	x	y'	y''	y (1)
10.00	0.00	10.00	0.13		0.13
20.00	0.01	19.99	0.50		0.50
30.00	0.03	29.97	0.12		1.12
40.00	0.07	39.93	2.00		2.00
50.00	0.13	49.87	3.12		3.12
60.00	0.22	59.78	4.50	4.48	4.49
70.00	0.36	69.64	6.12	6.08	6.11
80.00	0.53	79.47	8.00	7.92	7.98
90.00	0.76	89.24	10.12	9.97	10.03
100.00	1.04	98.96	12.50	12.28	12.44

Après avoir placé le curseur au point correspondant à 6 R2, on cherche la correction

$$A - x = \frac{A^3}{6 R^2}$$

pour $A = 100$ mètres ; on trouve le nombre 104. La valeur approchée de x étant de 99 mètres, la quantité à retrancher de A ne peut être que 1,04 ; d'où $x = 100,00 - 1,04 = 98,96$. On écrit donc 1,04 dans la colonne $A - x$ sur la ligne de l'arc $A = 100,00$. Toutes les autres corrections se trouvent ensuite de la même manière et sans ambiguïté, puisque leur grandeur décroît en même temps que l'arc correspondant A .

Pour avoir y , on remplira la colonne 4 en faisant usage de la formule

$$y' = \frac{A^2}{2 R}$$

(1) La formule donnant y' est, en effet, trois fois plus précise que celle donnant y'' , comme il serait facile de le démontrer.

puis la colonne 5 au moyen de la formule

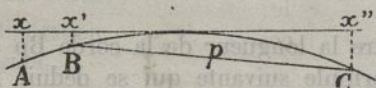
$$y'' = \frac{A^2}{2R}$$

Pour les 5 premiers points, on trouve que les deux formules donnent des résultats identiques ; il est inutile de les répéter ailleurs que dans la colonne y .

Les y des cinq derniers points se trouveront en retranchant de y' le $1/4$ de la différence $y' - y''$.

Les 10 abscisses et les 10 ordonnées ainsi calculées sont exactes à moins de 5 millimètres près, et huit minutes ont suffi pour les obtenir.

4°. — Entre les points B et C, d'une courbe de 300 m. de rayon, placer un point P à 23 m 50 du point B et à 26 m 50 du point C, et tracer une tangente à la courbe au point P.



Calculons par la formule

$$y = \frac{A^2}{2R}$$

les ordonnées x' B et x'' C ; pour contrôle, calculons aussi l'ordonnée x A. — A étant à 15 mètres de B. Nous aurons :

	A	A - x	x	y
P A =	23.50 + 15.00 = 38.50	0.08	38.42	2.11
P B =	23.50	0.02	23.48	0.79
P C =	26.50	0.03	26.47	1.00

Les trois points x , x' , x'' devront se trouver sur une même ligne droite qui sera la tangente demandée ; le point P sera placé sur cette tangente à 23,48 de x' et à 26,47 de x'' .

5°. — Les points B et C étant donnés, placer le point P au moyen de ses coordonnées polaires.

Données du problème :

$R = 350^m$; arc B C = 50^m ; arc B P = $23^m 50$
(d'où arc P C = $26,50$).

Menons les cordes B P et B C, et nommons :

α l'angle au centre correspondant à l'arc P. C.

α' l'angle des deux cordes.

Nous aurons en opérant avec la règle :

Réglette $A = 26,50$

$R = 359$

Règle $\alpha = 4,82$

α

et $\alpha' = 1/2 \alpha = 2,41$.

Pour connaître la longueur de la corde Bp = C, on fera usage de la formule suivante qui se déduit facilement de celle donnant x .

$$C = A - \frac{A^3}{24 R^2}$$

Cette formule qui se calcule en disposant la réglette comme pour le calcul de x — sauf à remplacer $6 R_2$ par $24 R_2$ — donne :

$$C = 23,50 - 0,04$$

La corde B P et l'angle P B C étant connus, il est aisé de placer le point demandé.

TABLE DES MATIÈRES

GÉNÉRALITÉS.

Historique.

Description.

Lecture des divisions sur la Règle.

PRINCIPE FONDAMENTAL DE L'USAGE DE LA RÈGLE A CALCUL.

OPÉRATIONS SIMPLES SUR LES NOMBRES.

Multiplication.

Division.

Remarque importante.

OPÉRATIONS SIMPLES AVEC LES LIGNES TRIGONOMÉTRIQUES.

Echelle des sinus.

Multiplication.

Division.

Echelles des tangentes.

1^{er} cas. — Angle compris entre 5°35' et 50°.

Multiplication.

Division.

2^e cas. — Angle supérieur à 50° et inférieur à 93,90°.

Multiplication.

Division.

Remarque.

Cas des angles inférieurs à 6°.

Remarque sur les artifices de calcul.

AUTRES OPÉRATIONS SIMPLES.

Problème I. — Carré d'un nombre.

— II. — Cube d'un nombre.

— III. — Logarithme d'un nombre.

— IV. — Addition de plusieurs fractions.

OPÉRATIONS COMPLEXES.

- Problème I. — Produit de plusieurs facteurs.
— II. — Rapport de deux produits de facteurs.
— III. — Avec un carré ou une racine carrée.

Choix d'inconnues intermédiaires.

Problème.

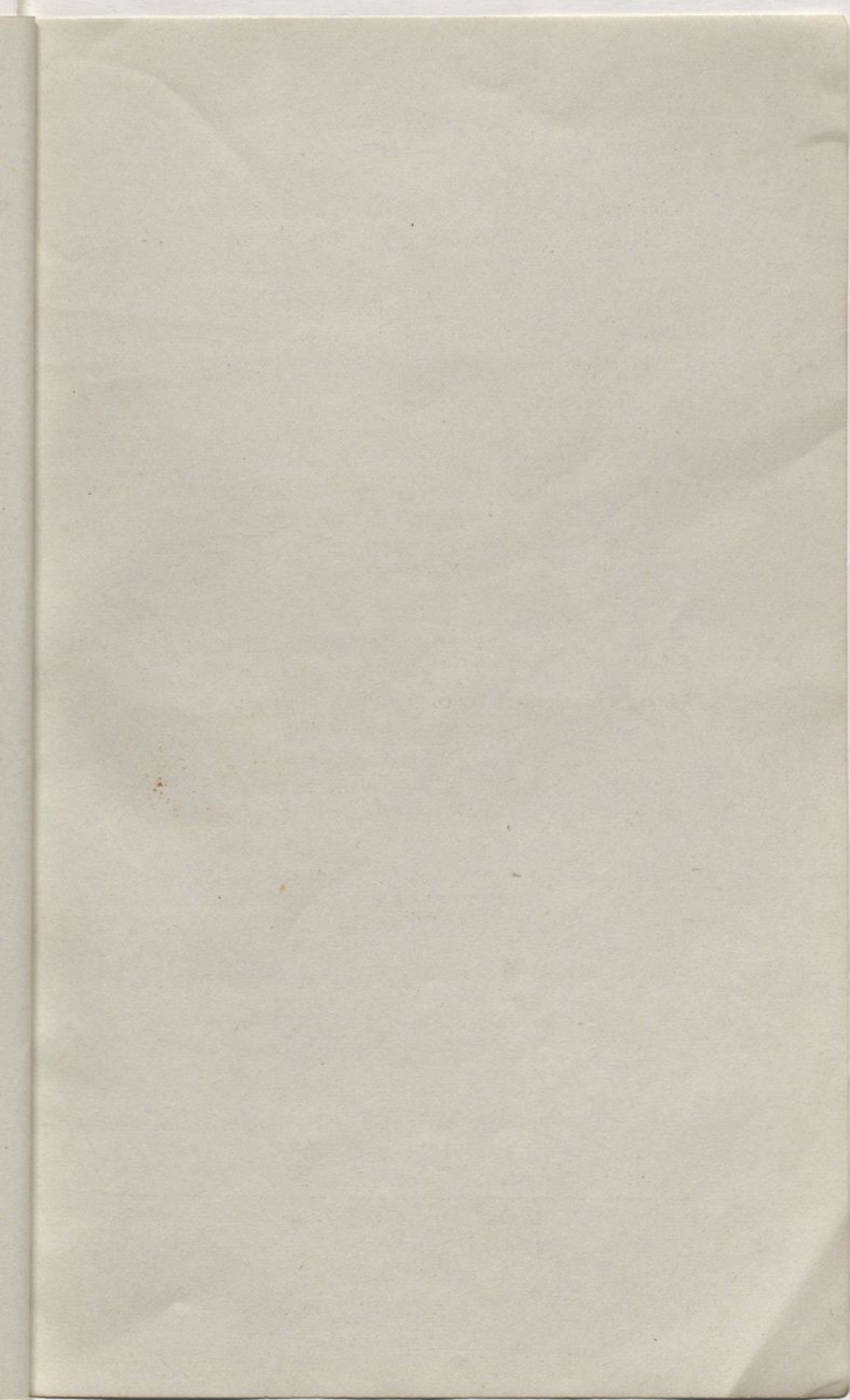
QUELQUES PROBLÈMES COURANTS.

- Problème I. — Conversion des grades en degrés et *vice versa*.
— II. — Echelle de proportion universelle.
— III. — Vérification des mesures d'un lever.
— IV. — Cubage des bois.
— V. — Jaugeage d'un tonneau.
— VI. — Division des triangles.
— VII. — Calcul trigonométrique.

Recommandation importante pour les calculs en série.

ANNEXE POUR LE TRACÉ DES COURBES CIRCULAIRES SUR LE TERRAIN.





OPÉRATIONS COMPLÈTES.

- Problème I. — Produit de plusieurs facteurs.
— II. — Rapport de deux problèmes de facteurs.
— III. — Avec un carré ou une racine carrée.

Choix d'inconnues pour résoudre.

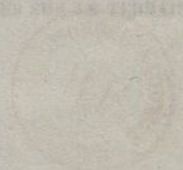
Problème.

Quelques problèmes choisis.

- Problème I. — Conversion des grades en degrés et vice versa.
— II. — Echelle de proportion universelle.
— III. — Vérification des mesures d'un lever.
— IV. — Coupage des bois.
— V. — Rangée d'un bâtiment.
— VI. — Division des champs.
— VII. — Calcul trigonométrique.

Problèmes relatifs aux tables pour les calculs en arcs.

TABLES POUR LE TRAVAIL DES COURBES CIRCULAIRES SUR LE TERRAIN.



TACHÉOMÈTRE SANGUET

AUTO-RÉDUCTEUR DE HAUTE PRÉCISION

en Vente chez l'Inventeur

J.-L. SANGUET

INGÉNIEUR-TOPOGRAPHE

Ex-Entrepreneur d'Etudes aux
Chemins de fer de l'Etat,
Fournisseur des Ministères.

31, Rue Monge,
PARIS (5^e).



HORS CONCOURS
Membre du Jury Turin 1911

GRANDS-PRIX
Londres 1908 - Bruxelles 1910



Se méfier des imitations présentées sous un autre nom.
Les **véritables** tachéomètres Sanguet portent le nom et l'adresse de
l'inventeur gravés sur l'alidade.
Seuls les instruments **réglés par l'inventeur** donnent des résultats
comparables en tous terrains.

- - Saint-Vit - -
- Imprimerie -
P. Tranchart fils

BIBLIOTHEQUE NATIONALE DE FRANCE



3 7531 00935039 9